

316 Секция 7. Физические и математические методы исследования

Были приняты следующие значения теплофизических параметров:

$$T_c = 1728 \text{ К}; T_* = 1562 \text{ К}; L = 2,14 \cdot 10^9 \text{ Дж/м}^3; U = 1,81 \text{ Дж/м}^2;$$

$$c = 5,62 \cdot 10^6 \text{ Дж/(м}^3 \cdot \text{К)}; \lambda = 69 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}; \gamma = 1,38 \cdot 10^{-7} \text{ с}.$$

Построены зависимости от y следующих величин: квадрат теплового числа Маха $M^2 = N^2 / w_j^2$, $w_j^2 = \lambda_j / (c_j \gamma_j)$; кривизна K . Градиентные свойства температуры и теплового потока представлены зависимостями от координаты y нормальных производных от температуры $\partial T / \partial n$, нормальной $\partial q_n / \partial n$ и касательной $\partial q_s / \partial n$ компонент теплового потока. Важное значение имеет характер зависимости переносных функций от кривизны K .

В ходе расчетов обнаружено существование «звуковой точки» $M^2 = 1$ (рис. 1), т. е. для кристаллизации переохлажденного расплава никеля характерны дозвуковой и сверхзвуковой процессы. Анализируя рис. 1, видим, что при переходе через «звуковую точку» наблюдается разрыв нормальных производных от нормальной составляющей вектора теплового потока и от температуры. Части графиков, выделенные жирными линиями, соответствуют дозвуковому режиму, а тонкими линиями – сверхзвуковому режиму.

Работа выполнена в рамках государственной программы «Энергетические системы, процессы и технологии 2.84». Научный руководитель проекта профессор О. Н. Шабловский.

Литература

1. Шабловский, О. Н. Тепловая градиентная катастрофа и рост двумерного свободного дендрита в переохлажденном расплаве / О. Н. Шабловский // Прикладная физика. – 2007. – № 3. – С. 29–37.
2. Шабловский, О. Н. Локально-неравновесные свойства фазовой границы высокоскоростной кристаллизации переохлажденного расплава. Ч. 1. Трансзвуковой переход на линии роста / О. Н. Шабловский, Д. Г. Кроль, И. А. Концевой // Вестн. Гомел. гос. техн. ун-та им. П. О. Сухого. – 2017. – № 2. – С. 71–79.

УДК 532.516

ПРОИЗВОДСТВО ЭНТРОПИИ В ПОТОКЕ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ВНЕШНЕЙ СИЛЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ

Д. Г. Кроль, С. В. Стельмашонок

Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Республика Беларусь

В плоском случае стационарные течения несжимаемой сплошной среды определяются уравнениями [1]:

$$\rho v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ik}}{\partial x_k} + \rho F_i, \quad \frac{\partial v_k}{\partial x_k} = 0; \quad (1)$$

$$\rho c_p v_k \frac{\partial T}{\partial x_k} = -\frac{\partial q_k}{\partial x_k} + \Phi + q_v, \quad q_i = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i}; \quad (2)$$

$$v = \mu / \rho \quad i, k = 1, 2; \quad \rho, c_p, \lambda, \mu - \text{const.}$$

Реологическое уравнение состояния вязкоупругой жидкости Максвелла возьмем в следующей форме записи:

$$\tau_{ij} + \gamma \left[v_k \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_k} + m(\tau_{ik} \omega_{kj} - \omega_{ik} \tau_{kj}) \right] = 2\mu e_{ij}; \quad (3)$$

$$2e_{ij} = \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}, \quad 2\omega_{ij} = \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial v_j}{\partial x_i},$$

где $x_1 = x$, $x_2 = y$ – декартовы прямоугольные координаты; $\mathbf{v}(v_1, v_2)$ – вектор скорости; ρ – плотность; p – давление; T – температура; $\mathbf{q}(q_1, q_2)$ – вектор удельного теплового потока; c_p – удельная теплоемкость; λ – коэффициент теплопроводности; q_v – объемная мощность внутренних источников энергии; τ_{ij} – компоненты девиатора тензора напряжений; e_{ij} – компоненты тензора скоростей деформации; μ – коэффициент динамической вязкости; γ – время релаксации вязких напряжений; Φ – диссипативная функция. Дважды повторяющийся индекс k означает суммирование. При $\gamma = 0$ формула (3) описывает свойства вязкой ньютоновской жидкости.

Производство энтропии подсчитываем по формулам [1], [3]:

$$\sigma = \sigma_e + \sigma_i, \quad \sigma_e = q_v / T, \quad \sigma_i = \mathbf{q}^2 / (\lambda T^2),$$

где σ_e – производство энтропии за счет энергообмена с внешней средой; σ_i – производство энтропии за счет внутренних необратимых процессов.

Внешняя сила трения Релея $\mathbf{F}(F_1, F_2) = -\zeta \mathbf{v}$ дает возможность моделировать широкий круг термогидродинамических явлений, представляющих практический интерес: периодические течения – в тонких слоях жидкости, вихревые структуры – в задачах промышленной экологии и прикладной геофизики – вектор массовой силы. Для диссипативной функции Φ принимаем оценку $\Phi \ll |q_v|$, т. е. рассматриваем процессы, для которых можно пренебречь выделением тепла за счет вязкой диссипации энергии.

Полагаем, что коэффициент сопротивления зависит от температуры T , монотонно растет при увеличении $|\mathbf{v}|$ и является четной функцией скорости:

$$\zeta = \zeta(\mathbf{v}^2, T), \quad \partial \zeta / \partial (\mathbf{v}^2) > 0.$$

Цель данной работы – изучить неизотермические свойства производства энтропии в потоке вязкой жидкости.

Изучается течение вида

$$v_1 \equiv u = u(y), \quad v_2 \equiv 0, \quad p = p(y), \quad T = T(y). \quad (4)$$

Вихрь скорости $\omega = (1/2) \text{rot } \mathbf{v}$ имеет одну нетривиальную составляющую $\omega_z \equiv \omega = (-1/2)(du/dy)$, направленную перпендикулярно плоскости (x, y) . Обозна-

чим $\tau = (c_1 / u_1)(T - T_0)$, $T_0 \equiv \text{const}$. Здесь T_0 – отчетное значение температуры; c_1 – произвольная положительная постоянная, имеющая размерность удельной теплоемкости, Дж/(кг · град); y_1 , u_1 – положительные константы, имеющие размерности длины и скорости соответственно; линейный масштаб релаксации равен $L_1 = \gamma u_1$. Безразмерные величины будем отмечать чертой сверху. Для коэффициента сопротивления и для объемного источника энергии возьмем следующие физически содержательные зависимости:

$$\bar{\zeta} \equiv \zeta y_1^2 / \nu = D_1 D_2, \quad D_1 = (1 - 4\Gamma)/(1 + 4\Gamma)^2; \quad (5)$$

$$\bar{q}_v \equiv q_v c_1 y_1^2 / (\lambda u_1^2) = 2\bar{\tau}(\bar{\tau}^2 - 3\bar{u}^2 - 1) = 4\bar{\tau}(-3\bar{\tau}_1 \bar{\tau} + 2\bar{\tau}^2 + 1), \quad \Gamma = (\bar{\gamma} m \bar{\omega})^2; \quad (6)$$

$$\bar{\gamma} = \gamma u_1 / y_1, \quad \bar{\omega} = \omega y_1 / u_1, \quad d\bar{u} / d\bar{y} = -2\bar{\omega}.$$

Функция $\Gamma(\bar{y})$ характеризует неравновесные свойства вихревого поля. В классе движений (4)–(6) имеют согласно [2], [3] точное решение:

$$\bar{u} \equiv u / u_1 = 2\varepsilon[\sin(2\bar{y})] / \delta, \quad \bar{\tau} \equiv \tau / u_1 = (1 - \varepsilon^2) / \delta; \quad (9)$$

$$\delta = 1 + \varepsilon^2 + 2\varepsilon \cos(2\bar{y}), \quad \bar{y} = y / y_1, \quad y_1 > 0, \quad u_1 > 0.$$

Ясно, что $\delta > 0$ при $\varepsilon^2 \neq 1$; ε – параметр решения, который определяет отклонение температуры жидкости от равновесного значения $\tau = 0$. Если $\varepsilon^2 < 1$, то $\tau > 0$, течение происходит в «горячей» области, $T > T_0$. Если $\varepsilon^2 > 1$, то $\tau < 0$, имеем «холодную» область, $0 < T < T_0$. Рассмотрим линии нулевой завихренности $\omega = 0$:

$$2y / y_1 = 2\pi n_0 \pm \arccos[-2\varepsilon / (1 + \varepsilon^2)]; \quad (10)$$

$$\bar{\tau} = \bar{\tau}_1, \quad (\bar{u}^2)_{\max} = 4\varepsilon^2 / (1 - \varepsilon^2)^2.$$

Обсудим энтропийные свойства линий (10). В обеих температурных областях $d(q^2) / d[(\bar{u}^2)_{\max}] > 0$. В холодной области на этих линиях $q_v > 0$, $\sigma > 0$, а функция $\sigma(u_{11})$, $u_{11} = u_1^2 / (c_1 T_0)$ не имеет экстремума. В горячей области в ходе производства энтропии преобладает сток энергии ($q_v < 0$, $\sigma < 0$), а функция $\sigma(u_{11})$ имеет минимум при $u_{11} = 1 / \bar{\tau}_1$. Согласно (10), на линиях $\omega = 0$ модуль теплового потока постоянен, а знак изменяется и совпадает со знаком выражения $(-\bar{u}\bar{\tau}_1)$. Зафиксируем q_1^2 и изучим поведение функции $\bar{\sigma} = \bar{\sigma}(f^2)$, где $\bar{\sigma} = \sigma \lambda T_0^2 / q_1^2$, $f^2 = 4(\lambda T_0)^2 / (y_1^2 q_1^2)$, $(\bar{\tau}_1^2 - 1)\bar{\tau}_1^2 = 1 / (u_{11}^2 f^2)$, $(\bar{u}^2)_{\max} + 1 = \bar{\tau}_1^2$; f – безразмерная частота колебаний по координате y . Анализ показал, что в горячей области $d\bar{\sigma} / d(f^2) < 0$, $\bar{\sigma} < 0$, экстремум отсутствует. В холодной области функция $\bar{\sigma}(f^2) > 0$ имеет минимум при $1 + 3\bar{\tau}_1 u_{11} = 0$, что соответствует частоте $f = 3 / (\bar{\tau}_1^2 - 1)^{1/2}$. На рис. 1 представлены некоторые результаты численного расчета производства энтропии.

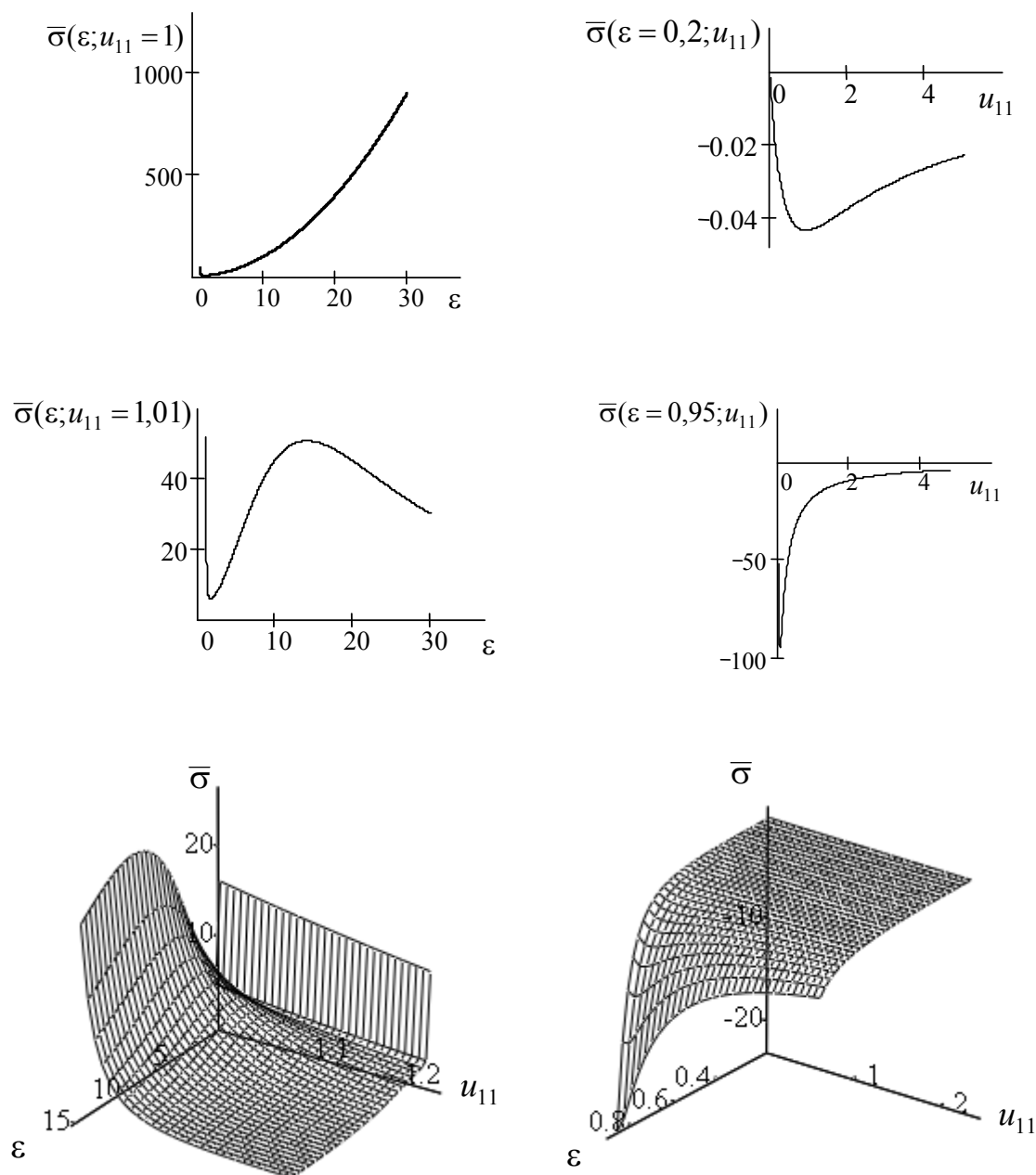


Рис. 1. Параметрические свойства производства энтропии:
 левый столбец – «холодная» область; правый столбец – «горячая» область

Данная работа выполнена в рамках государственной программы «Энергетические системы, процессы и технологии 2.84». Научный руководитель проекта профессор О. Н. Шабловский.

Литература

1. Седов, Л. И. Механика сплошной среды / Л. И. Седов. – М. : Наука, 1973. – Т. 1. – 536 с.

2. Шабловский, О. Н. Тригонометрический профиль скорости сдвигового течения вязкой жидкости / О. Н. Шабловский // Вестн. Южно-Урал. гос. ун-та. Сер. «Математика. Механика. Физика». – № 32 (249). – Вып. 5. – С. 77–82.
3. Шабловский, О. Н. Вихрь скорости и производство энтропии в релаксирующем потоке вязкой жидкости с внутренними источниками / О. Н. Шабловский // Энергетика – Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. – 2011. – № 5. – С. 55–65.

УДК 621.762

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УСЛОВИЙ, БЛАГОПРИЯТНО ВЛИЯЮЩИХ НА ОБРАЗОВАНИЕ ПРОЧНОГО СОЕДИНЕНИЯ ПОКРЫТИЯ И ОСНОВЫ В ПРОЦЕССЕ СОВМЕСТНОЙ ВЫТЯЖКИ

М. И. Лискович, Д. А. Максименко

*Учреждение образования «Гомельский государственный технический
университет имени П. О. Сухого», Республика Беларусь*

Напряженное состояние в очаге деформации является определяющим фактором, от которого зависит прочность соединения покрытия с основой и эксплуатационные характеристики изделий.

Исходя из этого следует определить зависимости:

- 1) контактных напряжений на границе между материалом покрытия и основой от степени деформации порошка;
- 2) напряжений в материале основы от степени деформации основы и степени деформации порошка;
- 3) величины усилия совместной вытяжки от основных параметров процесса.

При этом нормальные и касательные напряжения на границе между материалом покрытия и основой, а также между пуансоном и материалом покрытия вместе с величиной степени деформации порошка определяют конечную относительную пористость покрытия, прочность соединения покрытия с основой и основные физико-механические характеристики, а также эксплуатационные свойства покрытия.

Величины напряжений в материале основы определяют предельную степень деформации основы и требуемое количество переходов, а величина усилия совместной деформации – подбор оборудования, энергетические затраты и силовой расчет инструмента.

Рассмотрим схему процесса совместной вытяжки металлической заготовки 2 и порошка 3 с помощью матрицы 1 и пуансона 4 (рис. 1). Для анализа напряженного состояния материала порошка выделим в очаге деформации бесконечно малый элемент (рис. 2) высотой d_z и толщиной h_z , средний диаметр которого D_z , и обозначим действующие напряжения: p – нормальные контактные напряжения на границе между основой и порошком и на границе между пуансоном и порошком; τ_0 и τ_n – касательные контактные напряжения на границах «основа – порошок» и «пуансон – порошок»; σ_z и $\sigma_z + d\sigma_z$ – нормальные напряжения в выделенных сечениях элемента (см. рис. 2).

Расчет напряжений p и τ_0 будем производить, решая совместно дифференциальное уравнение условия равновесия выделенного элемента и уравнение условия пластичности.

Теория процесса осесимметричной вытяжки листового металла разработана в достаточной степени. Наиболее обстоятельно напряженное состояние при листовой вытяжке в различных участках очага деформации изучено Е. А. Поповым [1], [2].